



Заключительный тур

14 февраля 2021 года

9 класс

2 вариант

▷ 1. В некотором выпуклом 2021-угольнике провели все диагонали. Оказалось, что если какие-то две диагонали пересекаются в некоторой точке, отличной от вершин многоугольника, то никакая другая диагональ не проходит через эту точку. Найти число точек пересечения диагоналей, отличных от вершин многоугольника.

▷ 2. Докажите справедливость следующего неравенства

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2021^2} < 1.$$

▷ 3. На какое максимальное число можно сократить дробь  $\frac{20202021}{20212020}$ ?

▷ 4. Найти все целые решения неравенства

$$\sqrt{\frac{16x - 39 - x^2}{18}} \leq \frac{16x - 36 - x^2}{18}.$$

▷ 5. Известно, что квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет действительные корни. Имеет ли квадратный трехчлен  $a^5x^2 + b^5x + c^5$  действительные корни? Ответ объясните.

▷ 6. В четырехугольнике  $ABCD$  серединные перпендикуляры к сторонам  $AB$  и  $CD$  пересекаются на стороне  $AD$  и  $\angle BAD = \angle ADC$ . Может ли одна диагональ четырехугольника быть больше другой? Ответ объясните.

▷ 7. Найдите пары натуральных чисел  $m$  и  $n$ , для которых выполняется равенство:

$$\text{НОК}(m, n) - 2\text{НОД}(m, n) = \frac{5mn}{7}.$$

▷ 8. Решите уравнение:  $\left(\frac{3}{25}x\right)^3 = b$ , где  $b$  — среднее арифметическое чисел  $m = \frac{276^2 + 276 \cdot 243 + 243^2}{529}$ ,  $n = \frac{276^2 - 276 \cdot 243 + 243^2}{23}$ .

▷ 9. Из всех решений уравнения  $y^2x - y^2 + 4xy + 6x - 2y = 3$  найдите те решения, для которых  $x$  принимает наименьшее значение.

▷ 10. Для любой пары чисел определена некоторая операция «\*», удовлетворяющая следующим свойствам:  $a * (b * c) = (a * b) \cdot c$  и  $a * a = 1$ , где операция «·» — операция умножения. Найдите корень  $x$  уравнения:  $x * 2 = 2021$ .

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!



Заключительный тур

14 февраля 2021 года

9 класс

2 вариант

▷ 1. В некотором выпуклом 2021-угольнике провели все диагонали. Оказалось, что если какие-то две диагонали пересекаются в некоторой точке, отличной от вершин многоугольника, то никакая другая диагональ не проходит через эту точку. Найти число точек пересечения диагоналей, отличных от вершин многоугольника.

▷ 2. Докажите справедливость следующего неравенства

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2021^2} < 1.$$

▷ 3. На какое максимальное число можно сократить дробь  $\frac{20202021}{20212020}$ ?

▷ 4. Найти все целые решения неравенства

$$\sqrt{\frac{16x - 39 - x^2}{18}} \leq \frac{16x - 36 - x^2}{18}.$$

▷ 5. Известно, что квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет действительные корни. Имеет ли квадратный трехчлен  $a^5x^2 + b^5x + c^5$  действительные корни? Ответ объясните.

▷ 6. В четырехугольнике  $ABCD$  серединные перпендикуляры к сторонам  $AB$  и  $CD$  пересекаются на стороне  $AD$  и  $\angle BAD = \angle ADC$ . Может ли одна диагональ четырехугольника быть больше другой? Ответ объясните.

▷ 7. Найдите пары натуральных чисел  $m$  и  $n$ , для которых выполняется равенство:

$$\text{НОК}(m, n) - 2\text{НОД}(m, n) = \frac{5mn}{7}.$$

▷ 8. Решите уравнение:  $\left(\frac{3}{25}x\right)^3 = b$ , где  $b$  — среднее арифметическое чисел  $m = \frac{276^2 + 276 \cdot 243 + 243^2}{529}$ ,  $n = \frac{276^2 - 276 \cdot 243 + 243^2}{23}$ .

▷ 9. Из всех решений уравнения  $y^2x - y^2 + 4xy + 6x - 2y = 3$  найдите те решения, для которых  $x$  принимает наименьшее значение.

▷ 10. Для любой пары чисел определена некоторая операция «\*», удовлетворяющая следующим свойствам:  $a * (b * c) = (a * b) \cdot c$  и  $a * a = 1$ , где операция «·» — операция умножения. Найдите корень  $x$  уравнения:  $x * 2 = 2021$ .

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!